

# Reflectie: van wetenschap via meditatie tot lambda-calculus

Henk Barendregt  
Katholieke Universiteit Nijmegen

Het verschijnsel *reflectie* zal aan de hand van een aantal voorbeelden uitgelegd worden. Het speelt een fundamentele rol in ons bestaan. Het verschijnsel komt onder andere voor in het leven, in taal, in computers en in wiskunde. Op een abstracte manier wordt het verschijnsel reflectie beschreven in de *lambda calculus*. Tenslotte speelt het ook een rol in onze spirituele ontwikkeling. In de meeste gevallen zijn de gevolgen van het verschijnsel zeer krachtig. Ze mogen zelfs met recht dramatisch genoemd worden. Het is goed ons bewust te zijn van deze effecten en ze op een verantwoordelijke manier te gebruiken.

## Reflectie: domein, codering en interactie

Reflectie komt voor in situaties met een *domein* van objecten welke alle een *actieve betekenis* hebben. Voordat we het over reflectie zelf zullen hebben, eerst iets over de domeinen die voorkomen in de voorbeelden. Het eerste domein is de verzameling van eiwitten. Deze spelen inderdaad een actieve rol en wel binnen een levend organisme, van bacterie tot *homo sapiens*. Het tweede domein bestaat uit zinnen in de omgangstaal. Deze zijn onder andere bedoeld om uitspraken te doen, vragen te stellen of anderen te beïnvloeden, actief genoeg dus. Het derde domein bestaat uit (geïmplementeerde) berekenbare functies in de vorm van computers met één specifiek doel, zoals een calculator of een spelletje tetris. Deze voeren berekeningen uit (soms alleen, soms op interactieve wijze met een gebruiker—zoals bij het computerspelletje), zodat (we denken dat) de uitkomst op een of andere manier van belang voor ons is. Het vierde domein bestaat uit wiskundige uitspraken. Deze beschrijven geldige verschijnselen over getallen, meetkundige figuren en andere abstracte zaken. Als ze op de juiste manier toegepast worden op een model van een deel van de werkelijkheid, dan stellen ze ons in staat juiste voorspellingen te maken over de wereld en verkrijgen we daarmee een gedeeltelijke beheersbaarheid van de omstandigheden<sup>1</sup>.

Laat ik me nu richten op reflectie zelf. Naast een domein van objecten met betekenis is er *codering* en *interactie* nodig. Codering betekent dat er voor ieder object van het domein een ander object is, de (niet noodzakelijk unieke) *code*, waaruit het oorspronkelijke object precies gereconstrueerd kan worden. Dit reconstructieproces heet ook wel het *decoderen*. De code van een object heeft zelf nog geen actieve werking. Daarom zitten de codes meestal niet in

---

<sup>1</sup>Helaas ziet men niet altijd in dat er beperkingen zijn aan die beheersbaarheid.

het domein, maar in de zogenaamde *codeverzameling*. Tenslotte bestaat de interactie die nodig is voor reflectie uit een ontmoeting tussen de objecten en de codes. Hierbij worden sommige codes door de objecten bewerkt, waarna deze veranderde codes na decoding nieuwe objecten creëren. Dit proces van *globale terugkoppeling* (in principe op het hele domein via de codes) is de essentie van reflectie.

Het is belangrijk te weten dat codering van elementen van een domein niet voldoende is voor reflectie. Een muziekpartituur kan een symfonie coderen, maar de twee bevinden zich op verschillende niveaus. Het spelen van een symfonie verandert (meestal) niet de geschreven muziek.

## Voorbeelden van reflectie

Na deze definitie zullen we vier voorbeelden van reflectie geven.

1. **Eiwitten.** Het eerste voorbeeld heeft als domein de verzameling eiwitten. Een eiwit is een molecuul bestaande uit een keten van aminozuren, waarvan er 20 soorten bestaan. De lengte van de keten zelf kan tot boven de duizend aminozuren oplopen. Omdat sommige van deze aminozuren elkaar aantrekken en andere elkaar afstoten ontstaat de ruimtelijke vorm die aan het eiwit zijn specifieke chemische betekenis geeft. Zo zijn er eiwitten die structurele bouwstenen zijn voor een levende cel, terwijl andere eiwitten een enzymatische reactie leveren, welke bijvoorbeeld nodig is voor de spijsvertering.

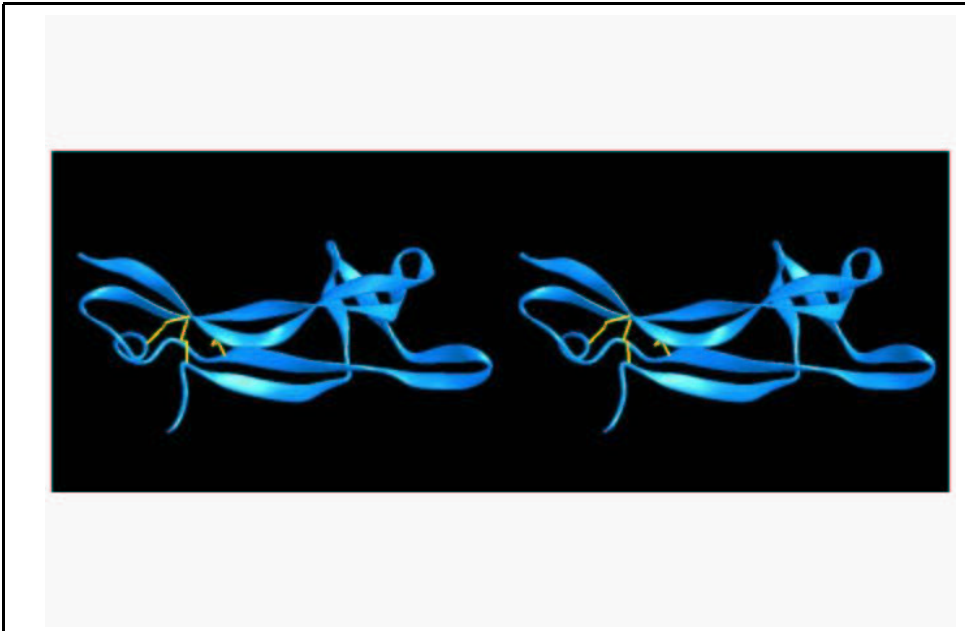


Fig. 1. Een schematische weergave van het eiwit *Nerve Growth Factor* (Homo Sapiens). Het driedimensionale karakter kan waargenomen worden door wat scheel naar de afbeelding te kijken (of juist door de figuur heen “naar de horizon te kijken” voor het spiegelbeeld effect) en dan de linker en rechter plaatjes te laten overlappen. Gereproduceerd met toestemming van het *Swiss Institute of Bioinformatics*, Peitsch et al. [1995]. <ftp://ftp.expasy.org/databases/swiss-3dimage/IMAGES/JPEG/S3D00467.jpg>

De code verzameling voor de eiwitten bestaat uit stukken DNA, een lange keten bestaande uit vier ‘chemische letters’ (de *nucleotiden*). Iedere drie letters uit de keten bepalen een specifiek aminozuur en dus de hele keten van aminozuren wordt (in principe<sup>2</sup>) uniek door de keten van nucleotiden bepaald, zie Alberts et al. [1993]. Een DNA keten heeft niet dezelfde chemische betekenis als het corresponderende eiwit, onder andere omdat het niet de specifieke ruimtelijke vorm heeft.

Het eerste voordeel van de codering bestaat hierin dat het veel gemakkelijker is om DNA te bewaren en te dupliceren dan de eiwitten zelf. Het interactie mechanisme wordt veroorzaakt doordat eiwitten het DNA verandert waarvan het effect straks bescreven zal worden. Van de keten van het reeds getoonde NGF eiwit geven we de sequentie van aminozuren weer in de Tabel 1.

Eiwit: 241 aminozuren; molecuulgewicht 26987 Dalton.						
www.ebi.ac.uk/cgi-bin/expasyfetch?X52599						
MSMLFYTLIT	AFLIGIQAEP	HSESNVPAGH	TIPQVHWTKL	QHSLDTALRR	ARSAPAAAIA	60
ARVAGQTRNI	TVDPRLFKRR	RLRSPRVLFS	TQPPREAADT	QDLDFEVGGA	APFNRTHRSK	120
RSSSHPIFHR	GEFSVCDSVS	VWVGDKTTAT	DIKKEVMVL	GEVNINNSVF	KQYFFETKCR	180
DPNPVDSGCR	GIDSKHWNSY	CTTHTFVKA	LTMDGKQAAW	RFIRIDTACV	CVLSRKAVRR	240
A						241

Tabel 1. Aminozuur keten van NGF (Homo Sapiens).

De volgende Tabel toont de DNA keten die meer dan drie keer zo lang is.

ACGT keten: lengte 1047.						
www.ebi.ac.uk/cgi-bin/expasyfetch?X52599						
agagagcgct	gggagccgga	ggggagcgca	gcgagttttg	gccagtggtc	gtgcagtcca	60
aggggctgga	tggcatgctg	gacccaagct	cagctcagcg	tccggacca	ataacagttt	120
taccaaggga	gcagctttct	atcctggcca	cactgaggtg	catagcgtaa	tgtccatggt	180
gttctacact	ctgatcacag	cttttctgat	ggcatacag	gcggaaccac	actcagagag	240
caatgtccct	gcaggacaca	ccatcccca	agtccactgg	actaaacttc	agcattccct	300
tgacactgcc	cttcgagag	cccgacgcg	cccggcagcg	gcgatagctg	cacgcgtggc	360
ggggcagacc	cgcaacatta	ctgtggacc	caggctgttt	aaaaagcggc	gactccgttc	420
accccggtgtg	ctgtttagca	cccagcctcc	ccgtgaagct	gcagacactc	aggatctgga	480
cttcgaggtc	ggtggtgctg	ccccctcaa	caggactcac	aggagcaagc	ggtcatcatc	540
ccatcccac	ttccacaggg	gccaattctc	ggtgtgtgac	agtgtcagcg	tgtgggttgg	600
ggataagacc	accgccacag	acatcaaggg	caaggaggtg	atgggttgg	gagaggtgaa	660
cattaacaac	agtgtattca	aacagtactt	ttttgagacc	aagtgccggg	acccaaatcc	720
cgttgacagc	gggtgccggg	gcattgactc	aaagcactgg	aactcatatt	gtaccacgac	780
tcacaccttt	gtcaaggcgc	tgaccatgga	tggcaagcag	gctgcctggc	ggtttatccg	840
gatagatacg	gcctgtgtgt	gtgtgctcag	caggaaggct	gtgagaagag	cctgacctgc	900
cgacacgctc	cctccccctg	ccccttctac	actctcctgg	gccccctcct	acctcaacct	960
gtaaattatt	ttaaattata	aggactgcat	ggttaattat	agtttataca	gttttaaaga	1020
atcattat	attaaat	tgaagc				1047

Tabel 2. DNA code van NGF (Homo Sapiens).

Een eenvoudige berekening ( $3 \times 241 \neq 1047$ ) laat zien dat niet alle letters in de DNA keten gebruikt worden. Door andere eiwitten in het zogenaamde *RNA*

<sup>2</sup>In werkelijkheid gaat het meer ingewikkeld omdat er stukken DNA weggeknipt worden.

*splicing complex* wordt een gedeelte weggesneden alvorens de decodering plaats vindt.

2. **Natuurlijke taal.** Het domein van de natuurlijke taal, neem voor het gemak het Nederlands, bevat welgevormde volzinnen. Deze bestaan uit rijtjes van letters uit het Romainse alfabet uitgebreid met de Arabische cijfers, de nul van Fibonacci en de leestekens inclusief de spatie. Dit domein heeft als coderingsmechanisme het aanhalen (tussen aanhalingstekens plaatsen). Het mechanisme is zo eenvoudig dat het bijna overbodig lijkt. Een woord in het Nederlands, bijvoorbeeld

Maria,

heeft als code

‘Maria’.

In Tarski [1933/1995] wordt uitgelegd dat van de volgende zinnen

1. Maria is lief meisje.
2. Maria bestaat uit vijf letters.
3. ‘Maria’ is een lief meisje.
4. ‘Maria’ bestaat uit vijf letters.

de eerste en laatste betekenisvol zijn, terwijl de tweede en derde altijd onwaar zijn, omdat er een verwarring van categorieën gemaakt wordt (Maria bestaat uit cellen, niet uit letters; ‘Maria’ is geen meisje, maar een eigennaam). We zien het eenvoudige mechanisme van codering en de interactie van de gewone taal met de codes. Ook is duidelijk dat de aangehaalde woorden niet de betekenis van de woorden zelf bezitten. Onlangs hoorde ik een theoloog tijdens zijn afscheidscollage een vloek tussen aanhalingstekens uitspreken, waarmee hij dus niet gevloekt heeft.

3. **Berekenbare functies.** Een derde voorbeeld van reflectie is afkomstig uit de wereld van de computers. De eerste computer die in de tweede wereldoorlog werd gemaakt was een *ad hoc* machine, met een specifieke taak. Omdat *hardware* toentertijd een grote investering was, werd de machine na iedere klus berekeningen opnieuw gebruikt door de zaak wat uitelkaar te halen en op een iets andere manier in elkaar te zetten. Dat is natuurlijk omslachtig. Daarom werd, op grond van ideeën van Turing, de procedure veranderd. Er werd een specifieke computer gebouwd, de *universele machine*, en voor iedere klus moest men nu twee keer een invoer leveren: de instructies (het programma, de *software*) en de gegevens waar de instructies op werken. Dit is de standaard geworden voor alle volgende computers (hoewel de twee kanalen meestal samengevoegd zijn).

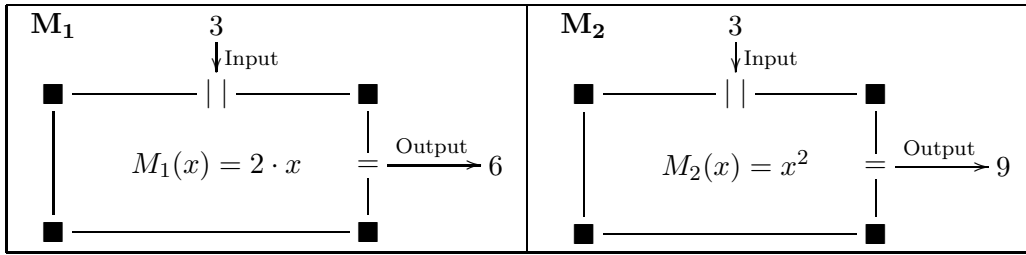


Fig. 2. Twee *ad hoc* machines:  $M_1$  voor het verdubbelen en  $M_2$  voor het kwadrateren van een getal.

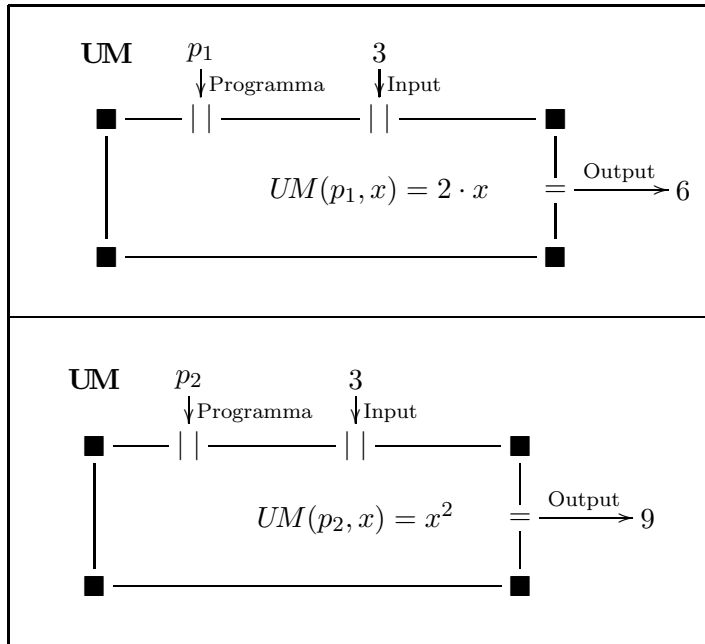


Fig. 3. Universele machine  $UM$  met programma's  $p_1, p_2$ , welke respectievelijk de *ad hoc* machines  $M_1, M_2$  simuleren.

Dus  $p_1$  is een code voor  $M_1$  en  $p_2$  voor  $M_2$ . Omdat we de machines  $M_1$  en  $M_2$  kunnen laten werken op de code van  $M_2$ , is er interactie:  $M_1(p_2)$  en  $M_2(p_2)$ . In het tweede geval treedt het actieve proces zelfs handelend op op zijn eigen code.

Het domein bestaat in dit geval dus uit machines die klaar staan om een bepaald rekenwerkje uit te voeren. Een code voor zo'n machine bestaat uit een programma dat dit werkje op een (vaste) universele machine simuleert. Zo'n programma is nog niet actief. Het moet eerst door de universele machine gdecodeerd worden om tot actie te komen. Naast codering is er ook sprake van interactie. In de universele machine wordt het programma en de gegevens meestal strikt gescheiden. Maar dit is niet noodzakelijk. Het programma en de gegevens kunnen overlappend opgeslagen worden, zodat na een tijdje draaien het oorspronkelijke programma veranderd is.

4. **Wiskundige stellingen.** Het volgende voorbeeld van reflectie heeft als domein wiskundige uitspraken. Zo'n uitspraak gaat meestal over getallen of andere abstracte begrippen. Gödel introduceerde codes voor de wiskundige uitspraken en gebruikte daarbij als code verzameling de collectie van natuurlijke getallen  $\{0, 1, 2, 3, \dots\}$ , welke op zichzelf geen assertieve waarde hebben: een getal beweert niets.

Dit heeft tot gevolg dat er in de wiskunde niet alleen uitspraken over getallen gedaan kunnen worden, maar via de codering ook over andere wiskundige uitspraken. Er zijn zelfs uitspraken die over zichzelf spreken. We zien dat de aspecten codering en interactie van reflectie aanwezig zijn.

## Het effect van reflectie

Alle genoemde voorbeelden van reflectie hebben verstrekkende consequenties gehad. We weten hoe dramatisch onze planeet veranderd is door het leven. Het heeft meer invloed dan bijvoorbeeld de erosie. Leven hangt essentieel af van de DNA codering van eiwitten en het feit dat eiwitten op DNA kunnen inwerken. Dit is nodig om DNA te dupliceren en om het na te kijken op genetische afwijkingen om zodoende fatale fouten te voorkomen.

*Homo Sapiens* kan gebruik maken van taal. We weten de dramatische effecten die het gevolg hiervan zijn. De mens is in staat om een Tyrannosaurus Rex te verslaan, een taak die zonder taal en de daardoor mogelijke technologische vaardigheden onmogelijk zou zijn. Reflectie door middel van aanhalen is een wezenlijk hulpmiddel bij taal verwerving. Het stelt een kind in staat vragen te stellen zoals: "Mama, wat is de betekenis van het woord 'nieuwsgierig'."

Reflectie in computers heeft ons de universele machine gegeven. Eén ontwerp<sup>3</sup> met een scala van mogelijkheden door middel van *software*. Dit heeft een multi-triljoen € effect op de huidige fase van de industriële revolutie, waarvan alle gevolgen nog niet overzien kunnen worden.

De effecten van reflectie in de wiskunde zijn minder bekend. In deze discipline zijn er uitspraken waarvan we intuïtief zien dat ze waar zijn, maar een formeel bewijs is niet onmiddellijk te vinden. Met behulp van reflectie kunnen de intuïtieve bewijzen echter wel geformaliseerd worden<sup>4</sup>, see Howe [1995] en Barendregt [1997], pp. 21-23.

---

<sup>3</sup>Dat er verschillende soorten computers op de markt zijn en er steeds nieuwere komen is in dit verband een onbelangrijk detail: het heeft te maken met snelheid, geheugenruimte en gebruikersvriendelijkheid van het gebruikerssysteem.

<sup>4</sup>Meestal wordt een omgekeerde claim gemaakt op grond van de onvolledigheidsstelling van Gödel. Gegeven een formele theorie  $\mathcal{T}$ , die consistent is (uitgedrukt door  $\text{Con}(\mathcal{T})$ ) en die de elementaire rekenkunde omvat, dan zegt deze onvolledigheidsstelling het volgende. Er is een uitspraak  $G$  (equivalent met 'G is onbewijsbaar in  $\mathcal{T}$ ') binnen de taal van  $\mathcal{T}$ , die noch bewijsbaar noch weerlegbaar maar desalniettemin waar is, zie Smullyan [1992]. Het is gemakkelijk om aan te tonen dat als  $\mathcal{T}$  consistent is, dan is  $G$  onbewijsbaar; daarom is in dat geval  $G$  per definitie waar. We hebben dus informeel aangetoond dat  $\text{Con}(\mathcal{T})$  impliceert  $G$ . Onze (voor sommigen) onconventionele interpretatie van de onvolledigheidsstelling is gebaseerd op het volgende. Met behulp van reflectie kan men nu ook formeel bewijzen dat  $\text{Con}(\mathcal{T}) \rightarrow G$ . Daarom is  $G$  triviaal waar op grond van de aangenomen consistentie. Dit heeft niets te maken met het speciale karakter van de menselijke geest (waarin ik wel geloof, maar om een andere reden).

Formele bewijsbaarheid is belangrijk voor de in opkomst zijnde technologie van interactieve (mens-machine) bewijzen en machinale bewijs verificatie. Zulke formele en machine geverifieerde machine bewijzen hebben de manier waarop *hardware* geconstrueerd wordt reeds veranderd<sup>5</sup> en zal in de nabije toekomst ook een dergelijk effect hebben op de productie van *software*. Voor wat wiskunde zelf betreft, zal het de technologie van Computer Algebra (welke op een exacte manier werkt met uitdrukkingen als  $\sqrt{2}$  en  $\pi$ ) uitbreiden naar het nivo van algemene wiskundige uitspraken (die over willekeurige wiskundige begrippen zullen gaan en meer complexe relaties dan gelijkheden zullen bevatten).

## De keerzijde van reflectie

Alles dat nuttig en krachtig is (bijvoorbeeld vuur), heeft ook zijn keerzijde (zoals brandstichting). Zo ook is het met de kracht van reflectie in alle vier voorbeelden, welke op andere manieren gebruikt kan worden.

Reflectie in de chemie van het leven heeft de soorten voortgebracht, maar het heeft ook als gevolg dat er virussen bestaan. Binnen de natuurlijke taal heeft reflectie de mogelijkheid gegeven om taalvaardigheid te verwerven, maar ook om paradoxale uitspraken<sup>6</sup> te uiten. De universele computer heeft als gevolg dat er onoplosbare problemen zijn, met name die problemen waar we de oplossing graag van zouden weten<sup>7</sup>. Reflectie in wiskunde heeft tot gevolg dat er voor bijna alle interessante consistente theorieën uitspraken zijn die niet bewezen of weerlegd kunnen worden binnen die theorie (de boven reeds genoemde onvolledigheidsstelling van Gödel).

We zien dat reflectie veel weg heeft van de verboden vrucht: het is zeer krachtig, maar tegelijkertijd brengt het gevaren en beperkingen met zich mee.

## Reflectie in inzicht-meditatie

Inzicht- (*vipassana*-) meditatie, zie Goldstein [1983] of Koster [1999], wordt onderwezen in het klassieke Boeddhisme. Het houdt zich bezig met het bewustzijn dat zich aan ons voordoet. Wanneer indrukken tot ons komen via de zintuigen, dan wordt daarvan een mentale representatie gemaakt (bijvoorbeeld van een object dat voor ons ligt). Deze mentale representatie kan opnieuw waargenomen worden; we krijgen dan een waarneming van een waarneming. Het vermogen om dit te doen wordt ook wel *opmerkzaamheid* genoemd. Om de juiste opmerkzaamheid te kweken moet het op alle aspecten van het bewustzijn worden toegepast. Onderdelen die meestal niet gezien worden als inhoud, maar als kleuring van het bewustzijn, dienen meegenomen te worden. Als er bijvoorbeeld gevoelens ontstaan tijdens het mediteren, dan dient de opmerkzaamheid gericht te worden op die gevoelens. “O, er is een prettig/vervelend gevoel”, zonder op die gevoelens in te gaan. Men leert niet alleen die gevoelens te zien, maar ook de gebruikelijke reacties erop, terwijl men daar tevens afstand

---

<sup>5</sup>Het product is veel betrouwbaarder geworden.

<sup>6</sup>Zoals: “Deze uitspraak is onwaar”.

<sup>7</sup>Bijvoorbeeld ‘Gaat deze berekening oneindig lang door of zal ze stoppen?’, zie Yates [1998].

van neemt. Deze fijn-korrelige opmerkzaamheid kan een ‘intuïtief analytisch’ effect hebben: onze geest wordt ontbonden in zijn bestanddelen (input, gevoel, cognitie, output en gewaarwording). Wanneer men dit kan zien raken wij minder verstrikt in de verschillende mogelijke vicieuze cirkels van ons lichaam-geest systeem welke ons vaak tot hebzucht, agressie en dwang-gedachten aanzetten<sup>8</sup>.

Omdat opmerkzaamheid de componenten van ons bewustzijn blootlegt in een onsamenhangende naakte vorm, worden deze losgekoppeld van hun gebruikelijke betekenis. Aan de andere kant kan de globale informatie van onze gewoontelijke mentale toestanden gereconstrueerd worden vanuit deze onderdelen. Om deze reden werkt opmerkzaamheid als een vorm van coderen met onze mogelijke bewustzijnsinhouden als domein.

De reflectieve rol van opmerkzaamheid op ons bewustzijn is analoog aan die van het aanhalen in de omgangstaal. Verder kan net zoals bij eiwitten, die een gedeelte van ons DNA kunnen reinigen, het inzicht in de componenten van onze geest zuiverend op ons bewustzijn werken. Opmerkzaamheid maakt processen zichtbaar die tot dan toe verborgen waren. Daarna werkt de opmerkzaamheid beschermend door niet alle componenten hun gebruikelijke acties te laten uitvoeren. Tenslotte zal de aanwezigheid van opmerkzaamheid het bewustzijn reorganiseren en het een grotere graad van vrijheid geven dan voorheen aanwezig was. Met behulp van opmerkzaamheid kan men handelen, zelfs als men niet durft; of, men kan afzien van handelen, zelfs als men aandrang heeft. Op deze manier kan moreel gedrag ontstaan, niet gebaseerd op plicht maar op deugd. Dit alles vormt een interactie tussen bewustzijn en opmerkzaamheid. Daarom kan er volgens onze definitie gesproken worden van reflectie. Hofstadter [1979] postuleert zelfs dat het zelf-bewustzijn veroorzaakt wordt door reflectie.

De kracht van reflectie via opmerkzaamheid heeft ook zijn keerzijde. Het splitsen in componenten van ons bewustzijn veroorzaakt een vernietsing van het gebruikelijke beeld dat wij van ons zelf en de wereld hebben. Indien deze verschijnselen niet op de juiste manier begeleid worden, dan kunnen ze verwarrend werken. Gedurende de intensieve retraites (minimaal 10 dagen) zal de meditatie leraar hier de nodige aandacht aan besteden. Met het juiste begrip en medogen zal de meditator een nieuw stabiel bewustzijn opbouwen, zodra men de fenomenen heeft leren kennen en geïntegreerd tot een nieuw bewustzijn, zie Barendregt [1996].

Sommige psychopathologische verschijnselen kunnen lijken op de dissociaties die tijdens het meditatieproces voorkomen. Hoewel de lijder normaal lijkt te functioneren, is voor deze persoon de wereld of het zelfbeeld onwerkelijk. Dit zou gezien kunnen worden als een onvolledig, onsystematisch en ongecontrol-

---

<sup>8</sup>Om dit beter te begrijpen het volgende. Men kan een (lagere) aap vangen door een banaan in een holle boom te doen achter een gat dat groot genoeg is om zijn hand erdoor te laten, maar niet groot genoeg wanneer hij die banaan vasthoudt in zijn vuist. Het verlangen van een aap naar die banaan is zodanig, dat hij deze eenvoudigweg niet kan loslaten, ook al komen mensen met een kooi eraan, die hem gaan opsluiten. Hogere apen als chimpansees en oerangoetangs kunnen de banaan wel loslaten. Mensen zijn enerzijds net als de lagere apen, in die zin dat ze gehechtheden hebben, terwijl ze weten dat die ongunstig voor ze uitpakken. Aan de andere kant, zijn mensen ook in staat om met behulp van opmerkzaamheid de gehechtheid los te laten voor het hogere doel. Bovendien kan de bedrevenheid in opmerkzaamheid geoefend worden.



leerd gebruik van opmerkzaamheid. Deze hypothese kan wellicht ook verklaren waarom sommige lijdens opeens ‘beter dan genezen’ worden (*‘weller than well’*), zoals geobserveerd werd door Menninger et al. [1963]. Deze personen zouden wel eens de mentale zuivering meegemaakt kunnen hebben welke het doel van de vipassana meditatie is.

## Lambda-calculus

De Spinoza-premie is mij toegekend voor mijn werk in de lambda calculus. Na wat er gezegd is over reflectie is een korte uitleg mogelijk.

In de supermarkt doe je boodschappen. Je koopt twee appels en drie peren. Bij het rekenen abstraheer je van de voorwerpen en heb je alleen  $2 + 3$ . In de rekenkunde ga je een stap verder en abstraheer je van hoeveelheid. Je zegt  $a + b = b + a$ , onafhankelijk wat  $a$  of  $b$  zijn. Maar die ‘+’ is nog altijd de plus die je ook in de supermarkt gebruikt. Nog een abstractiestap verder staat die ‘+’ voor een grotere klasse van operaties: het gewone optellen laat je los. Dat wordt dan de algebra. Bij de volgende stap laat je de predikaten los, zoals ‘groter zijn dan’ of ‘gelijk zijn aan’. Dat is het niveau van de logica. En in lambda-calculus laat je tenslotte zelfs de betekenis en waarheid los. Wat overblijft zijn louter vormen, de ultieme abstracties, welke op dat niveau toch weer aan bepaalde wetten voldoen.

Deze wetten krijg je als volgt. De lambda-calculus is zeer geschikt om het verschijnsel reflectie abstract weer te geven. Het is een formele theorie bestaande uit expressies en rekenregels. Die expressies vormen de code verzameling van een domein van actieve processen. Waar houden die processen zich mee bezig? In tegenstelling tot eiwitten, die zich ook met externe zaken zoals spijsvertering bezig houden, houden de actieve processen van de zuivere lambda-calculus zich alleen bezig met het manipuleren van hun eigen codes (wat eiwitten zoals boven uitgelegd ook doen). De wetten van de lambda-calculus geven weer hoe de codes inwerken op de codes. In toegepaste versies van de lambda calculus zijn er ook actieve processen gepostuleerd die zich met andere zaken bezig houden. Dat is in principe niet nodig, omdat het reflectie principe ervoor zorgt dat alle mogelijke processen weergegeven kunnen worden in de zuivere lambda-calculus. Maar de toevoeging van gepostuleerde externe processen werkt wel zo efficiënt.

De toepassingen van de lambda-calculus liggen op het terrein van nieuwe programmeertalen en de wiskundige assistenten. Zo zijn er de op lambda-calculus gebaseerde functionele programmeertalen, beter dan de talen C en C<sup>++</sup>. Dit komt omdat algoritmen goed in de lambda-calculus kunnen worden uitgedrukt, hetgeen reeds tot uiting komt in Turing [1936]. Een voorbeeld is de in Nijmegen ontwikkelde taal Clean, zie Mohnen [2002]. De toepassingen op wiskundige assistenten gaat enerzijds terug op de nederlandse wiskundige L.E.J. Brouwer (1882-1966) die de moed gehad heeft om wiskunde op een zodanige alternatieve manier op te bouwen, de intuïtionistische wiskunde, dat bewezen uitspraken een meer effectieve betekenis krijgen<sup>9</sup>. Behalve dat dit filosofisch

---

<sup>9</sup>Als een bewezen uitspraak zegt dat er een natuurlijk getal is met een gegeven eigenschap,

meer bevredigend is, heeft is deze zienswijze ook van belang bij de representatie van willekeurige wiskundige begrippen op een computer. N.G. de Bruijn heeft mede op grond van de intuïtionistische ideeën een belangrijke aanzet gegeven tot de zogenaamde wiskundige computer assistenten, zoals het Franse systeem Coq, welke in potentie de mogelijkheden van commerciële systemen als Maple en Mathematica in de schaduw kunnen stellen. De rekenkracht en reflectiemogelijkheid van lambda-calculus spelen hierbij een belangrijke rol, zie Barendregt [1997].

Vooraf voor de ontwikkeling van gebruikersvriendelijke wiskunde assistenten zal ik de Spinozapremie inzetten. Maar ook voor verdere theorievorming van de lambda-calculus en van de intuïtionistische wiskunde. In samenwerking met Nijmeegse collega's bij andere afdelingen zal ik verder een bescheiden gedeelte van de middelen inzetten voor nadere neurofysiologische onderbouwing van verschijnselen rond de inzicht-meditatie. Het een en ander wil ik realiseren binnen een 'Brouwer Instituut'. Hoewel ik Brouwer slechts één keer zeer oppervlakkig ontmoet heb, durf ik te beweren dat al de ze onderwerpen zijn belangstelling gehad zouden hebben. Mijn collega's en ik zullen ons inzetten zo goed mogelijk aan deze doelstellingen te werken.

## Referenties

- Alberts, B. et al. [1994] *The Cell*. Garland.
- Barendregt, H. [1996] *Mysticism and Beyond, Buddhist Phenomenology, Part II, The Eastern Buddhist*, New Series, vol XXIX, 262-287.
- Barendregt, H. [1997] The impact of the lambda-calculus, *Bulletin of Symbolic Logic*, Volume 3, no 2, 181–215.
- Harrison, J. [1995] *Metatheory and Reflection in Theorem Proving: A Survey and Critique*, available at <http://www.cl.cam.ac.uk/users/jrh/papers/reflect.dvi.gz>
- Goldstein, J. [1983] *The Experience of Insight*, Shambhala, Boston, London.
- Hofstadter, D. [1979] *Gödel Escher Bach*. Harvester Press.
- Howe, D.J. [1992] Reflecting the semantics of reflected proof, in: *Proof Theory*, Aczel et al. (eds.), Cambridge University Press, 229–250.
- Koster, F. [1999] *Bevrijdend Inzicht*, Asoka.
- Menninger, K., M. Mayman and P. Pruyser [1963] *The Vital Balance. The Life Process in Mental Health and Illness*. Viking.
- Mohnen, M. [2002] Radikal anders, Funktional programmeren mit Clean, *C'T* 25, 242-249.
- Peitsch, M.C., D.R. Stampf, T.N.C. Wells, J.L. Sussman [1995] The Swiss-3DImage collection and PDB-Browser on the World-Wide Web. *Trends in Biochemical Sciences* 20, 82-84. See also: <http://www.expasy.org>
- Smullyan, R. [1992] *Gödel's Incompleteness Theorems*. Oxford University Press.
- Tarski, A. [1933/1995] *Introduction to Logic*. Dover.
- Yates, M. [1998] What computers can't do. *+Plus*, issue 5, available at <http://plus.maths.org/issue5/index.html>.

---

dan moet ik zo'n getal ook kunnen vinden.