Werkcollege Reflectie: Talen

Uitwerkingen 20.11.2013

1.

e	$\in L(e)$	$\notin L(e)$
a^+	a^n voor $n \geq 1$	ϵ, elk woord waar een b minstens één keer in voorkomt
$(a \cup b)^*$	ϵ, a, b, $abba$	geen enkel woord, $L(e) = \Sigma^*$
$(a \cup b)^+$	a, b, $abba$, $abbaaaababab bbbabba$	ϵ is de enige die er niet in zit, want je kiest minstens één keer voor a of b.
ab^*	a, ab, $abbbbb$ ab^n voor alle $n \geq 0$	b, bab, $abba$ alle woorden die met een b beginnen of die een a na een b hebben staan.
$(ab^*)^*$	ab^n voor alle $n \geq 0$ $abba$, $aaabbb$	alle woorden die met een b beginnen
$a^*(ba^+)b?$	a^n voor $n \geq 1$ bab, $abaaaaaaab$, $aaaba$	ϵ, elk woord waarin b meer dan twee keer voorkomt

2. (a) $L = L(G_1) = L(a^*b^*)$ en is dus regulier.

   (b) abb zit in de taal: $S \to A \to abb$
   aab zit niet in de taal.

   Uitleg: we beginnen met S.

   Optie 1: $S \to aSb$.
   Dan kunnen we in de tweede stap niet $aSb \to aaSbb$ kiezen, want $aaSbb$ bevat al twee b's. Ook niet $aSb \to ab$ (duidelijk), dus $aSb \to aAb$. Nu niet $aAb \to aaAbbb$ of $aAb \to aabbb$, want deze bevatten beide al drie b's. Conclusie: niet $S \to aSb$.

   Optie 2: $S \to A$. Nu kunnen we niet $A \to aAbb$ of $A \to abb$ kiezen, want beide bevatten al twee b's. Dus niet $S \to A$

   Ook optie 3: $S \to \epsilon$ levert geen aab.

   $L(G_2) = \{a^n a^k b^{2k} b^n : n \geq 0, k \geq 0\}$

   (c) Een zinnetje dat in de taal van de John & Jill grammatica zit:

   John eats Jill.

   Bewijs:
   $\langle sentence \rangle \to \langle noun - phrase \rangle \langle verb - phrase \rangle \langle object - phrase \rangle \to \langle name \rangle \langle verb \rangle \langle adjective - list \rangle \langle name \rangle \to John\ eats\ Jill$

   Een zinnetje dat niet in de taal van de J&J grammatica zit:

   Big John eats Jill.

   Uitleg: 'big' vervangt adjective en 'John' name, de combinatie $\langle adjective \rangle \langle name \rangle$ kan niet voorkomen.

Het alfabet Σ is in dit geval $\Sigma = \{$ John, Jill, bicycle, mango, a, the, eats, rides, slowly, frequently, big, juicy, yellow $\}$.

3. L_{MIU} is een opsombare taal.

   $\mathsf{MU} \notin L_{\mathsf{MIU}}$
   Bewijs: We tellen het aantal I's in een woord uit L_{MIU}. Bewering: dit aantal is niet deelbaar door drie. Dit is juist voor het axioma MI. Nu tonen we aan dat bij iedere regel de eigenschap behouden blijft. Bij twee regels gebeurt er niets met het aantal I's, en daarom is de bewering juist. Bij twee regels gebeurt iets met het aantal I's:

   - $Mx \Rightarrow Mxx$, hierbij verdubbelt het aantal I's
   - $xIIIy \Rightarrow xUy$, hierbij heb je drie I's minder

   Door met twee te vermenigvuldigen kom je nooit op een drievoud (als het al geen drievoud was). Door er drie vanaf te halen ook niet. Elk woord uit L_{MIU} heeft dus geen drievoud aan I's. MU heeft dat wel, namelijk 0. Conclusie: $\mathsf{MU} \notin L_{\mathsf{MIU}}$.