

# Werkcollege Reflectie: Talen

## Uitwerkingen 20.11.2013

1.

$e$	$\in L(e)$	$\notin L(e)$
$a^+$	$a^n$ voor $n \geq 1$	$\epsilon$ , elk woord waar een $b$ minstens één keer in voorkomt
$(a \cup b)^*$	$\epsilon, a, b, abba$	geen enkel woord, $L(e) = \Sigma^*$
$(a \cup b)^+$	$a, b, abba,$ $abbaaaabababbbbabba$	$\epsilon$ is de enige die er niet in zit, want je kiest minstens één keer voor $a$ of $b$ .
$ab^*$	$a, ab, abbbbb$ $ab^n$ voor alle $n \geq 0$	$b, bab, abba$ alle woorden die met een $b$ beginnen of die een $a$ na een $b$ hebben staan.
$(ab^*)^*$	$ab^n$ voor alle $n \geq 0$ $abba, aaabbb$	alle woorden die met een $b$ beginnen
$a^*(ba^+)b?$	$a^n$ voor $n \geq 1$ $bab, abaaaaaab, aaaba$	$\epsilon$ , elk woord waarin $b$ meer dan twee keer voorkomt

2. (a)  $L = L(G_1) = L(a^*b^*)$  en is dus regulier.

(b)  $abb$  zit in de taal:  $S \rightarrow A \rightarrow abb$

$aab$  zit niet in de taal.

Uitleg: we beginnen met  $S$ .

Optie 1:  $S \rightarrow aSb$ .

Dan kunnen we in de tweede stap niet  $aSb \rightarrow aaSbb$  kiezen, want  $aaSbb$  bevat al twee  $b$ 's. Ook niet  $aSb \rightarrow ab$  (duidelijk), dus  $aSb \rightarrow aAb$ . Nu niet  $aAb \rightarrow aaAbbb$  of  $aAb \rightarrow aabbb$ , want deze bevatten beide al drie  $b$ 's. Conclusie: niet  $S \rightarrow aSb$ .

Optie 2:  $S \rightarrow A$ . Nu kunnen we niet  $A \rightarrow aAbb$  of  $A \rightarrow abb$  kiezen, want beide bevatten al twee  $b$ 's. Dus niet  $S \rightarrow A$

Ook optie 3:  $S \rightarrow \epsilon$  levert geen  $aab$ .

$L(G_2) = \{a^n a^k b^{2k} b^n : n \geq 0, k \geq 0\}$

(c) Een zinnetje dat in de taal van de John & Jill grammatica zit:

*John eats Jill.*

Bewijs:

$\langle sentence \rangle \rightarrow \langle noun - phrase \rangle \langle verb - phrase \rangle \langle object - phrase \rangle \rightarrow$   
 $\langle name \rangle \langle verb \rangle \langle adjective - list \rangle \langle name \rangle \rightarrow John\ eats\ Jill$

Een zinnetje dat niet in de taal van de J&J grammatica zit:

*Big John eats Jill.*

Uitleg: 'big' vervangt adjective en 'John' name, de combinatie  $\langle adjective \rangle \langle name \rangle$  kan niet voorkomen.

Het alfabet  $\Sigma$  is in dit geval  $\Sigma = \{ \text{John, Jill, bicycle, mango, a, the, eats, rides, slowly, frequently, big, juicy, yellow} \}$ .

3.  $L_{MIU}$  is een opsombare taal.

$MU \notin L_{MIU}$

Bewijs: We tellen het aantal  $l$ 's in een woord uit  $L_{MIU}$ . Bewering: dit aantal is niet deelbaar door drie. Dit is juist voor het axioma MI. Nu tonen we aan dat bij iedere regel de eigenschap behouden blijft. Bij twee regels gebeurt er niets met het aantal  $l$ 's, en daarom is de bewering juist. Bij twee regels gebeurt iets met het aantal  $l$ 's:

- $Mx \Rightarrow Mxx$ , hierbij verdubbelt het aantal  $l$ 's
- $xIIIy \Rightarrow xUy$ , hierbij heb je drie  $l$ 's minder

Door met twee te vermenigvuldigen kom je nooit op een drievoud (als het al geen drievoud was). Door er drie vanaf te halen ook niet. Elk woord uit  $L_{MIU}$  heeft dus geen drievoud aan  $l$ 's.  $MU$  heeft dat wel, namelijk 0. Conclusie:  $MU \notin L_{MIU}$ .